



جلسه سوم

اتحاد و تجزیه



اتحاد مربع

$$(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3) + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$



اتحاد مربع

$$\begin{aligned}(\sqrt{2}-2\sqrt{3})^2 + (2+\sqrt{6})^2 &= (\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{2})(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2 + 2^2 + 2(2)(\sqrt{6}) + (\sqrt{6})^2 \\ &= 2 - 4\sqrt{6} + 12 + 4 + 4\sqrt{6} + 6 = 24\end{aligned}$$



اتحاد مربع

اگر $a+b=4$ و $a^2+b^2=12$ ، مقدار ab

برهان ۲

$$a+b=4 \implies (a+b)^2=4^2 \implies \underbrace{a^2+b^2}_{12} + 2ab = 16 \implies 2ab = 4 \implies \underline{ab=2}$$



اتحاد مربع

اگر $x - \frac{1}{x} = 3$ ، مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2}$

$x - \frac{1}{x} = 3 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (x - \frac{1}{x})^2 = 3^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2(x)(\frac{1}{x}) = 9$

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 + 2 = 11$

بدون نامبرای / ~~Space~~ / زبان انگلیسی

آزمون - ساعت ۱۱:۱۰'

$x^2 \rightarrow xx$

$2x^2 + 3x + 1 \xrightarrow{\text{تایید}} \boxed{2xx + 3x + 1}$



اتحاد مربع

$$A = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2 - 42ab}$$

اگر $a + b = 7\sqrt{ab}$ حاصل

$$a + b = 7\sqrt{ab} \xrightarrow{\text{بهر توان ۲}} (a + b)^2 = (7\sqrt{ab})^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 49ab$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 47ab$$

$$A = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2 - 42ab} = \frac{49ab}{5ab} = \frac{49}{5}$$



اتحاد مزدوج

$$(x-2)(x+2)(x^2+4) = x^4 - 16$$

Handwritten red annotations: A bracket under $(x-2)(x+2)$ is labeled x^2-4 . A larger bracket under $(x-2)(x+2)(x^2+4)$ is labeled مضارب .

$$(a \oplus b)(a \ominus b) = a^2 - b^2$$

Handwritten red annotations: A bracket above $(a \oplus b)$ is labeled دسی . A bracket below $(a \ominus b)$ is labeled ادسی .





$$999 \times 1001 = (1000 - 1)(1000 + 1) = \underbrace{1000}_{10^3}^2 - 1^2 = \underbrace{10^4 - 1}_{10^4 - 1} = \dots$$



$$(3 - 2\sqrt{2})^7 (3 + 2\sqrt{2})^5 =$$

$$\underbrace{(3 - 2\sqrt{2})^2}_{\text{انگار مینویس}}$$

انگار مینویس



$$\boxed{\begin{array}{l} (3 - 2\sqrt{2})^5 (3 + 2\sqrt{2})^5 \\ \underbrace{\hspace{10em}} \\ ((3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}))^5 \\ \underbrace{\hspace{10em}} \\ 9 - 8 = 1 \\ 1^5 = 1 \end{array}}$$

$$3^2 - 2(2\sqrt{2})(3) + (2\sqrt{2})^2 = 9 - 12\sqrt{2} + 8 = 17 - 12\sqrt{2}$$



اتحاد جمله مشترک

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} \text{عین‌دترک} \\ \text{عین‌دترک} \end{array} \\ & (x+2)(x+4) - (x+1)(x+5) \\ & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ & x^2 + 4x + 8 - (x^2 + 2x + 5) = 8 - 5 = 3 \end{aligned}$$



$$(x+2)(x+3)(x^2 + 5x + 2) - x^4$$

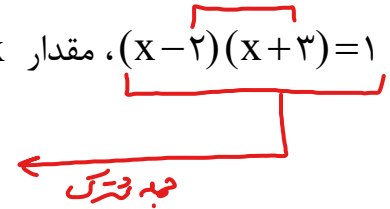
عبارت مشترک

$$\begin{aligned} (x^2 + 5x + 2)(x^2 + 5x + 2) - x^4 &= (x^2 + 5x)^2 + 12(x^2 + 5x) + 12 - x^4 \\ &= x^4 + 10x^3 + 25x^2 + 12x^2 + 60x + 12 - x^4 \\ &= 10x^3 + 37x^2 + 60x + 12 \end{aligned}$$



اتحاد جمله مشترک

اگر $(x-2)(x+3)=1$ ، مقدار x^2+x



$$x^2+x-4=1$$
$$\boxed{x^2+x=7}$$



اتحاد جمله مشترک

اگر $x^2 = 5x + 2$ ، حاصل عبارت $(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)$

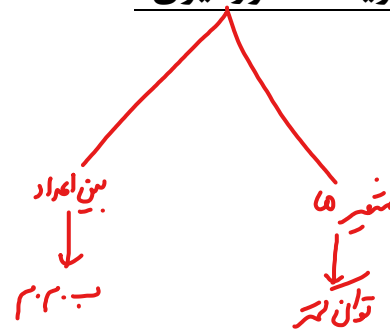
$$\boxed{x^2 - 5x} = 2$$

$$(x-4)(x-1) (x-3)(x-2) = \underbrace{(x^2 - 5x + 4)}_2 \underbrace{(x^2 - 5x + 6)}_2 = 4 \times 2 = 8$$



تجزیه (فاکتورگیری)

$$2x^2 - 4x = 2x(x - 2)$$





تجزیه (فاکتورگیری)

$$\begin{aligned} (x-1)(x+1) + \underbrace{(3x-3)}_{3(x-1)}(x+2) &= (x-1) \left[(x+1) + 3(x+2) = x+1 + 3x+6 \right] \\ &= (x-1)(4x+7) \end{aligned}$$



تجزیه (فاکتورگیری)

$$(1-4x)(3x-4) - (4-3x)(4x+2)$$

$$\begin{aligned} (1-4x)(3x-4) + (3x-4)(4x+2) &= (3x-4) [1-4x + 4x+2] \\ &= 3(3x-4) \end{aligned}$$



تجزیه (فاکتورگیری و دسته بندی)

$$xy + yz - y^2 - xz$$

دسته بندی مناسب ← فاکتور ← درانتز مشترک فاکتور

$$= (xy - xz) + (yz - y^2) = x(y-z) - y(-z+y) = (y-z)(x-y)$$

\swarrow از x \swarrow از $-y$
 \swarrow فاکتور $y-z$ \swarrow از $y-z$



تجزیه (اتحاد مربع)

$$4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$$

Handwritten annotations in red:

- An arrow points from $4x^2$ to $(2x)^2$.
- A bracket under $4x + 1$ is labeled $2(2x)(1)$.
- An arrow points from 1 to 1^2 .



تجزیه (اتحاد مربع)

اگر $x^2 - 2x = -1$ باشد، حاصل $(x-2)(x-4)(x-3)$

فرض $\rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$x=1 \rightarrow (1-2)(1-4)(1-3) = (-1)(-3)(-2) = -6$



تجزیه (اتحاد مزدوج)

$$a^3 - ab^2 + a^2 - b^2$$

← در وسط
← دسته بندی
← اجتماع

$$= (a^3 + a^2) - (ab^2 + b^2) = a^2(a+1) - b^2(a+1) = (a+1)(a^2 - b^2)$$

$$= (a+1)(a+b)(a-b)$$



تجزیه (اتحاد مزدوج)

$$\begin{aligned}
 a^2 - b^2 + 2bc - c^2 &= a^2 - \underbrace{(b^2 - 2bc + c^2)}_{\text{اتحاد مربع}} = a^2 - \underbrace{(b-c)^2}_{\substack{\downarrow \\ (b)^2 - (c)^2}} \\
 &= (a+b-c)(a-(b-c)) = (a+b-c)(a-b+c)
 \end{aligned}$$

↑ ↑ ↑ (-) (-) (-)
از منفی فاکتور



تجزیه (اتحاد جمله مشترک)

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = (x-2)(x+2)(x-1)(x+1)$$

جمع ←
فرو برد ←
انگاد فرو برد ←



تجزیه (اتحاد جمله مشترک)

فکتور از x

$$9x^3 + 15x^2 - 6x = x(9x^2 + 15x - 6) = x(3x+2)(3x-1)$$

$$= x \underbrace{(3x+2)}_{\text{از 3}} (3x-1)$$

$$= 3x(x+2)(3x-1)$$

$(3x)^2$ ← جمع
 $5(3x)$ ← جمع
 -6 ← کم‌تر

جمع

$$9x^2 + 15x - 6 =$$

$5(3x)$

$$x^3 = x \cdot x \cdot x$$

آزمون ساعت 11:10

زبان انگلیسی

space نرسند ← بدون فاصله ←



تجزیه (اتحاد جمله مشترک)

ضریب: x^2 ← عدد در بیض ضریب ← علامه اسم عبارت A

← طرفین را در ضریب x^2 ضرب کنید:

← عبارت $34x^2 - 11(4x) - 40$ به یک جمله مشترک تجزیه کنیم

← از هوراینتز اگر امکان فاکتورگیری از

عددی وجود دارد آن عدد را فاکتور بگیریم.

← عددی که در رابطه اضرب شده را از طرفین x^2 حذف کنید

$A = 6x^2 - 11(4x) - 40$
جمله مشترک x^2 ← جمع
ضریب x^2 ← ضرب

$4A = (4x - 10)(4x + 4)$

~~$4A = (2)(4x - 5)(2)(2x + 2)$~~

$A = (2x - 5)(2x + 2)$



تجزیه (افزودن و کاستن)

$$x^4 + 4$$

ریاضی ← $(x^2)^2 + (2)^2 + 2(x^2)(2)$ ← عبارت نزاره → لازم داریم $2x^2$ ← $2x^2$ را اضافه کنیم

$$x^4 + 4 + 2x^2 - 2x^2 = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$$

(مربع) ← $x^4 + 4 + 2x^2$ ← صفر ← $- 2x^2$ ← $(2x)^2$ ← مربع



تجزیه

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1$$

Handwritten annotations: $1+2=3$ (above $(x+1)(x+2)$), $0+3=3$ (below $x(x+3)$), and a circled x with an arrow pointing to $(x+0)$.

آن در پرانتزی را به هم در نظر بگیریم
 مجموع قسمت نیز در یک حاصل می شود
 با باز آبی در حد در یک

$$\underbrace{(x+0)(x+3)}_{\substack{\text{مجموع} \\ \downarrow \\ \text{نیز در یک}}} + \underbrace{(x+1)(x+2)}_{\substack{\text{مجموع} \\ \downarrow \\ \text{نیز در یک}}} + 1$$

$$= (x^2+3x)^2 + (0+2)(x^2+3x) + (0 \times 1) + 1$$

$$= (x^2+3x)^2 + 2(x^2+3x) + 1 = (x^2+3x+1)^2$$

$$= A^2 + 2A + 1 = (A+1)^2$$



تجزیه

راحتاً ← ۲ تا ۲ درج

مورد $\rightarrow 0^2 - \Delta^2 = (0 + \Delta)(0 - \Delta)$

$x^2 - y^2 - 6x - 8y - 7$

$9 - 14 = -7$

$$\underbrace{x^2 - 6x + 9}_{\text{مربع}} - \underbrace{(y^2 + 8y + 16)}_{\text{مربع}} = (x - 3)^2 - (y + 4)^2 = (x - 3 + y + 4)(x - 3 - (y + 4)) = (x + y + 1)(x - y - 7)$$

$x^3 = x \cdot x \cdot x$

آزمون ۱۱:۱۵ ← اینطوری