



جلسه دوم :

معادله / نامعادله / دستگاه معادلات



معادله

$$\frac{x-3}{2} - \frac{x+2}{2} = \frac{2x-1}{1} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{\cancel{x}-3-\cancel{x}-2}{2} = \frac{2x-1}{3}$$

$$\frac{-5}{2} = \frac{2x-1}{3}$$

$$-15 = 2x - 2$$

$$-13 = 2x$$

$$\frac{-13}{2} = x$$

طرفین مساوی درخرج درک ضرب

یا

سمت چپ دراست جداگانہ فرج درک
← طرفین درین



معادله

$$\frac{2x-3}{x(x+1)} = 0 \longrightarrow 2x-3=0 \Rightarrow 2x=3$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}} = 0 \Rightarrow \boxed{\text{صورت} = 0}$$

↓
 جواب سه بررسی کنید باز هم آن
 عدد مخرج کسر صفر نشود.



معادله

یادآوری $\frac{x-3}{2} - \frac{x+2}{3} = \dots$
مخرج = عدد

$$\frac{x-3}{2x+2} = \frac{3x+4}{6x-1}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\frac{ad}{bc} \dots$
 $da = bc$

ایده: در حالتی که هر طرف تساوی فقط یک کسری در برید

۱- طرفین را طین ← معادله معدوم

۲- در انتها هر دو را که به دست آورید یکدیگر کنید که با از اسی آن عدد مخرج صفر نشود.

$$(x-3)(4x-1) = (3x+4)(2x+2)$$

$$4x^2 - x - 11x + 3 = 4x^2 + 4x + 8x + 8$$

$$-19x + 3 = 14x + 8$$

$$3 - 8 = 14x + 19x$$

$$-5 = 33x$$

$$\frac{-5}{33} = x$$

$A \cdot B \cdot C = 0$
 $A=0$
 $B=0$
 $C=0$

$a + b = a + c$
 $a + b - a = a + c - a$

$\frac{3x}{2} = \frac{4}{3}$
 $x = 2$

$x^2 = x \Rightarrow \frac{x \cdot x}{x} = \frac{x}{x}$
خط $x = 1$

طرفین را در آن نزن توان تقسیم بر تقسیم کنیم (اگر آن داره $x=0$)
 $x=0$
 $x-1=0 \Rightarrow x=1$



معادله

$$(x+2)(x-3)(2x-5) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+2=0 \rightarrow x=-2 \\ \frac{1}{2} \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ \frac{1}{2} \\ 2x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{2} \end{array} \right.$$

اگر A, B, C, \dots عبارت باشند

$$ABC \dots = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} A=0 \\ B=0 \\ C=0 \\ \vdots \end{array} \right.$$



معادله

صفر $\xrightarrow{+}$ $\xrightarrow{-}$ ناسفی

$$A + B + C = 0$$

$$\oplus \cdot \oplus \oplus \neq 0$$
 امکان ندارد

$$A = 0$$

$$B = 0$$

$$C = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ y+3=0 \Rightarrow y=-3 \end{cases}$$

ایده کله ←
 مجموع چند عبارت ناسفی، صفر شود
 یک تک عبارت ها را برابر صفر قرار دهیم

$\sqrt{0^2} = |0|$

$\sqrt{-2^2} \neq -2$
 $\hookrightarrow 1-21$

مسئله

$$\sqrt{x^2+2x+1} + |3y+4| + (y+2-1)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ 3y+4=0 \Rightarrow y=-\frac{4}{3} \\ y+2-1=0 \Rightarrow -\frac{4}{3}+2-1=0 \Rightarrow 2=0 \text{ ok} \end{cases}$$



معادله

$$\begin{cases} \text{عدد} = \text{عبارت} \\ \text{قرینه کلمه} = \text{عبارت} \end{cases} \quad | \text{عبارت} = \text{عدد} |$$

$$(\text{عبارت})^2 = k$$

$k < 0 \rightarrow$ جواب نداریم

$k = 0 \rightarrow$ عبارت = 0

$k > 0 \Rightarrow$ جذر $\sqrt{(\text{عبارت})^2} = \sqrt{k}$

$$|\text{عبارت}| = \sqrt{k} \quad \begin{cases} \text{عبارت} = \sqrt{k} \\ \text{عبارت} = -\sqrt{k} \end{cases}$$

$$(2x-3)^2 = 25$$

$$2x-3 = 5 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$2x-3 = -5 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$$



معادله

← استاندارد ← مرتب کن
خواسته سوال ← a را بر حسب b :

$$2a - 3b = 4$$

$$2a = 4 + 3b$$

$$a = \frac{3b + 4}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}b + 2$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$-2a = b \rightarrow a = -\frac{b}{2}$$

$$a - 3 = b \rightarrow a = b + 3$$

$$\frac{3}{4}a = 2b \rightarrow a = \frac{2b}{\frac{3}{4}} = \frac{1b}{\frac{3}{4}}$$

$$3a + 1 = 4b \rightarrow 3a = 4b - 1 \Rightarrow a = \frac{4b - 1}{3}$$



معادله

خواسته سوال ← a را بر حسب b بنویسیم:

$$\frac{b}{1} = \frac{a+1}{2a}$$

$$\begin{aligned}
\rightarrow 2ab &= a+1 \\
2ab - a &= 1 \\
(2b-1)a &= 1 \\
a &= \frac{1}{2b-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2x &= x+1 \\
\underline{2x-x} &= 1 \\
(2-1)x &= 1 \\
x &= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$



معادله

$$a(-1+x) - 2bx + 2b = 0$$

$$x = ?$$

$$-a + ax - 2bx + 2b = 0$$

$$ax - 2bx = a - 2b$$

$$(a - 2b)x = a - 2b$$

$$x = \frac{a - 2b}{a - 2b} = 1$$



نامعادله

↓ نامعادله

۱- سببه معادله

۲- اگر طرفین نامعادله در عددی منفی یا بر یک طرف منفی تقسیم کردیم جهت نامعادله عوض می‌شود

۳- در نامعادله مجموعی حواس

استیفاء متداول

اجازه نداریم طرفین را در یک طرف تقسیم کنیم

که نتیم بر متغیر

اجازه نداریم بتوان برسانید

اجازه نداریم جذری بگیریم

$$\frac{2}{x-1} < \frac{3}{x+1}$$

$$-3 < -1$$

$$(-3)^2 < (-1)^2$$

$$9 < 1$$

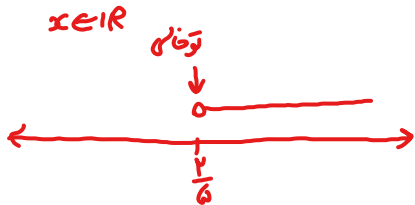
$$4(2x+1) - 3 > 5 - 2x$$

$$8x + 4 - 3 > 5 - 2x$$

$$10x > 5 - 1$$

$$10x > 4$$

$$x > \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$



$$\{x \in \mathbb{R} \text{ و } x > \frac{2}{5}\}$$

همه که از کجا شروع کنیم

درس ریاضی



نامعادله

$$x - 3 \leq 2(2x + 4) - 2 \leq 7$$

حکومم ازنا مساوات را جدا کردیم

مجموعه جواب نهایی = اشتراک مجموعه جواب های 1 و 2

$$① \quad x - 3 \leq 2(2x + 4) = 4x + 8 - 2$$

$$x - 4x \leq 8 + 3 - 2$$

$$-3x \leq 11 - 2 = 9$$

جهت عوض $x \leq \frac{9}{-3} = -3$ → اینا

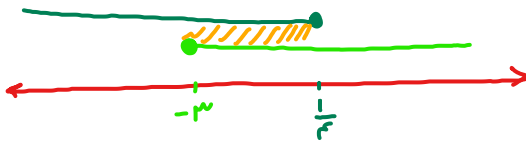
درست $x \geq -3$

$$② \quad 2(2x + 4) - 2 \leq 7$$

$$4x + 8 - 2 \leq 7$$

$$4x \leq 7 - 6 = 1$$

$$x \leq \frac{1}{4}$$



$$\text{مجموعه جواب} = \{x \in \mathbb{R}, -3 \leq x \leq \frac{1}{4}\}$$



نامعادله

اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax}{3} \geq 2x - 4$ به صورت $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$ باشد. مقدار a کدام است؟

$$3x \left(\frac{ax}{3} \geq \frac{2x - 4}{1} \right) \Rightarrow ax \geq 4x - 12 \Rightarrow ax - 4x \geq -12$$

عبررسانی ←

$$(a-4)x \geq -12 \Rightarrow x \leq \frac{-12}{a-4} = 3$$

⊖ ← ⊕

$$\frac{-12}{a-4} = 3 \Rightarrow \dots$$



دستگاه معادلات

۱- جایزینی

۲- حذفی

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 7x - 2y = 8 \end{cases}$$

① جایزینی $2x - y = 5 \Rightarrow 2x - 5 = y$

$$7x - 2y = 8 \Rightarrow 7x - 2(2x - 5) = 8$$

$$7x - 4x + 10 = 8 \Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$y = 2x - 5 = 2\left(-\frac{2}{3}\right) - 5 = -\frac{4}{3} - \frac{15}{3} = -\frac{19}{3}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 7x - 2y = 8 \end{cases} \xrightarrow{x(-2)} \begin{cases} -4x + 2y = -10 \\ 7x - 2y = 8 \end{cases} \oplus$$

$$3x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$2\left(-\frac{2}{3}\right) - y = 5 \rightarrow y = -\frac{19}{3}$$



دستگاه معادلات
تغییر متغیر

$$\frac{1}{x} = A \quad \text{و} \quad \frac{1}{y} = B$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -10 \\ \frac{11}{x} + \frac{y}{y} = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4B + 7A = -10 \\ 11A + 2B = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7A + 4B = -10 \\ 11A + 2B = 14 \quad \times (-3) \end{cases} \begin{cases} 7A + 4B = -10 \\ -33A - 6B = -42 \end{cases}$$

$$-26A = -52$$

$$\boxed{A = 2}$$

$$\cancel{7A} + 4B = -10 \Rightarrow 14 + 4B = -10 \Rightarrow 4B = -24 \Rightarrow \boxed{B = -6}$$

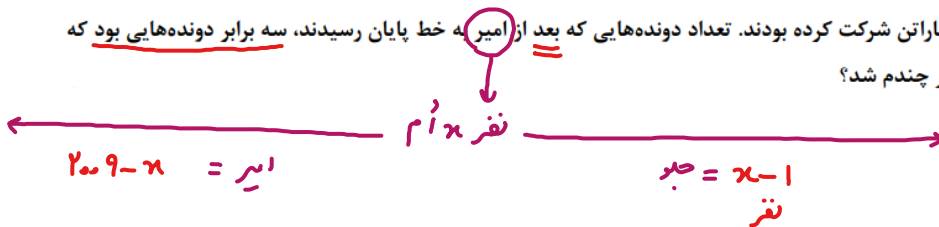
$$\frac{1}{x} = A = 2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{y} = B = -6 \rightarrow y = -\frac{1}{6}$$



حل مساله

۲۰۰۹ دوندۀ در یک مسابقۀ ماراتن شرکت کرده بودند. تعداد دوندۀهایی که بعد از امیر به خط پایان رسیدند، سه برابر دوندۀهایی بود که قبل از امیر به خط پایان رسیدند. امیر چندم شد؟



$$2009 - n = 3(n - 1) \Rightarrow 4n = 2009 + 3 = 2012 \Rightarrow n = \frac{2012}{4} = 503$$



حل مساله

پدری در جواب این سؤال که سن پسرش چه قدر است؟ گفت: «سن کنونی من چهار برابر سن شش سال قبل پسر است و دو سال دیگر مجموع سن من و پسر ۶۰ می شود.» سن کنونی پسر چه قدر است؟

$$4(y-6)$$

↓
۴y - ۶

↓
x

سن پسر = x

سن پدر = y

$$x = 4(y-6) \Rightarrow \boxed{x = 4y - 24} \quad ①$$

چهار برابر

دو سال دیگر $y+2$ پدر $x+2$

$$\Rightarrow x + 2 + y + 2 = 60 \Rightarrow \boxed{x + y = 56} \quad ②$$

$$4y + y - 24 = 56 \Rightarrow 5y = 80 \Rightarrow \boxed{y = \frac{80}{5} = 14}$$



حل مساله

میانگین وزن تعدادی گاو برابر با ۳۰۰ کیلوگرم است. وقتی تا ۳ گاوها مردند، میانگین وزن گاوهای باقی مانده بیشتر از ۳۰۰ کیلوگرم شد. اگر وزن دو گاو از گاوهای مرده ۲۸۰ و ۴۰۰ کیلوگرم باشد، وزن گاو دیگر کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

حالت اول: $\bar{x} = 300$

گاوهای مرده ← میانگین کمتر از ۳۰۰

$$\frac{280 + 400 + n}{3} < 300 \Rightarrow 680 + n < 900 \Rightarrow n < 220$$

گاو مرده = n



حل مساله

بهرام در چهار دورهٔ آزمایش شرکت می کند که هر کدام ۱۰۰ نمره دارد. هدف بهرام این است که میانگین نمره‌های او در این ۴ آزمون کم‌تر از ۹۵ نشود. او در دو آزمون اول نمرات ۹۷ و ۹۱ را می گیرد و پس از رسیدن به آزمون سوم متوجه می شود که هنوز می تواند به هدفش برسد. کم‌ترین نمرای که بهرام در آزمون سوم می تواند کسب کند، چه عددی است؟

کم‌ترین

سوم x

میانگین ≥ 95

سوم x

بهترین = ۱۰۰ ← صد نمره آزمون ۴

$$\frac{97 + 91 + x + 100}{4} \geq 95$$

$$\frac{218 + x}{4} \geq 95 \Rightarrow 218 + x \geq 380 \Rightarrow x \geq 162$$

کم‌ترین ← ۹۲



حل مساله

اگر از یک گروه دانش آموزان و دانشجویان، ۱۵ دانشجو را کنار بگذاریم، تعداد دانش آموزان دو برابر تعداد دانشجویان می شود. حال اگر از گروه جدید ۴۵ دانش آموز را کنار بگذاریم، تعداد دانشجویان ۵ برابر تعداد دانش آموزان می شود. تعداد دانشجویان در ابتدا چند نفر بوده است؟

۵۰ (۴)

۵۵ (۳)

۴۰ (۲)

۴۵ (۱)

$y-15$

تعداد = y

تعداد = x

$y-15$

$x-45$

$$\textcircled{1} \quad x = 2(y-15) \Rightarrow \boxed{x = 2y - 30}$$

$$\textcircled{2} \quad y-15 = 5(x-45) \Rightarrow y-15 = 5x - 225$$

\downarrow
 $2y-30$